

《概率论与数理统计》课程思政案例设计及应用

张 慧, 朱庆峰, 杨广芬, 高艳侠

(山东财经大学 数学与数量经济学院, 山东 济南 250014)

摘 要 以概率论与数理统计的教学内容为基础, 结合实际生活设计思政案例, 深挖案例中蕴含的“思政元素”及所承载的思想政治教育功能, 将思政元素有机的融入课堂教学, 把“知识传授”与“价值引领”有机统一起来, 做到立德树人, 培养具有社会主义核心价值观的有用人才。

关键词 思政案例; 思政元素; 知识传授; 价值引领

中图分类号 G642 **文献标识码** A **文章编号** 1008-1399(2021)04-0117-04

Design and Application of Ideological and Political Teaching Cases in Probability Theory and Mathematical Statistics

ZHANG Hui, ZHU Qingfeng, YANG Guangfen, and GAO Yanxia

(School of Mathematics and Quantitative Economics, Shandong University of Finance and Economics, Jinan 250014)

Abstract Based on the teaching contents of Probability Theory and Mathematical Statistics, this paper designs the ideological and political teaching cases related to real life, explores the ideological and political elements contained in the cases and the ideological and political education functions carried by the cases, integrates organically the above into the classroom teaching, and unifies organically the knowledge transfer and the core value guidance, so as to establish morality and cultivate talents with socialist core values.

Keywords ideological and political case, ideological and political elements, knowledge imparting, valuable guidance

2016 年 12 月, 习近平总书记在全国高校思想政治工作会议中指出, 思想政治理论课要坚持在改进中加强。在 2018 年 9 月全国教育大会和 2019 年 3 月学校思想政治理论课教师座谈会上, 总书记再一次强调了课程思政的重要性, 并指出要利用好课堂教学这个主渠道。

大学数学课程在大学生四年的学习生涯中占有很重要的地位, 该课程为学生后续的专业课学习奠定必要的数学知识基础, 对于学生逻辑思维能力的培养和创新思维的开发有着不可替代的作用, 使学

生树立科学意识和创新精神, 会用数学的思维去解决问题。

现在的大学生是在大数据时代和科学技术高速发展的大背景下快速成长起来的新一代, 面临很多困惑和诱惑, 可以说世界观、人生观和价值观还未完全形成, 因此老师可在教学过程中, 结合具体的教学内容, 巧妙设计思政案例, 深挖其中的育人资源、育人元素和育人逻辑, 在教学过程中做到从知识传授到方法融通, 再到价值引领, 要把育人融汇于教学全过程。在恰当的知识点和知识面对学生进行思政启迪, 增强课堂的趣味性并能发挥其育人的功能。

1 思政案例设计及应用

由于《概率论与数理统计》理论和方法的应用遍及所有科学技术领域、工农业生产、医药卫生及国民经济的各个部门。正如科学巨匠拉普拉斯所说: “生活中最重要的问题, 其中绝大多数实质上只是概率

收稿日期: 2020-07-05

修改日期: 2020-11-11

基金项目: 国家自然科学基金项目(11671229, 71803097), 高等学校大学数学教学研究中心项目(CMC20200410), 山东省研究生教育质量提升计划项目(SDYKC19197), 山东省重点研发计划(软科学)重大项目(2019RZB01091)。

作者简介: 张慧(1973-), 女, 山东新泰人, 理学博士, 教授, 研究方向: 金融工程与风险管理; Email: drzhanghui@163.com。

问题。”概率的内容和题目大多源于生活,老师便于设计教学案例,挖掘思政元素,推进“课程思政”建设,润物无声,立德树人。

案例1 利用全概率公式与贝叶斯公式讲解“诚信”。

近年来,诚信危机逐渐成为热点话题,比如老人倒地,路人到底扶还是不扶?在需要与他人合作共度难关时,合作双方是否足够信任彼此,对方是否值得信任?有关信任度可以设计如下思政案例。

例1.1(以花探邻) 小王要去外地出差几天,家里有一盆花交给邻居帮忙照顾。若已知如果几天内邻居记得浇水,花存活的概率为0.8;如果几天内邻居忘记浇水,花存活的概率为0.3。假设小王对邻居不了解,即可以认为他记得和忘记浇水的概率均为0.5。

提出问题

- (1)几天后小王回来时,花还活着的概率为多少?
- (2)如果花还活着,邻居真的浇水的概率为多大?对邻居的信任度有何变化?

问题解答

(1)设 A 表示邻居记着浇花, $\bar{A}$ 表示邻居忘记浇花, B 表示花活着。

$$P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A}) \\ = 0.5 \times 0.8 + 0.5 \times 0.3 = 0.55.$$

$$(2) P(A|B) = \frac{P(A)P(B|A)}{P(B)} = \frac{0.5 \times 0.8}{0.55} = 0.7273.$$

思政元素挖掘

小王原来对邻居的信任度为50%,可是自从出差回家发现花活着,对邻居的信任度提高到72.73%。通过《以花探邻》这个题目,让学生们认识到,信任度能够增加。应该珍惜每一个生活中的细节,别人托付的事情尽力办好,你给别人的印象(信任)会越来越高。

下面的例题告诉我们,如果一味浪费别人的信任,后果非常严重。

例1.2(狼来了) 从前,在一个僻静而遥远的山村里,有一个小孩,每天都会赶着成群的羊去山间的草丛里吃草。因为山里经常会有狼出没,所以山民对狼的警惕性很高。有一天,小男孩闲的无聊,想要做点“刺激”的事情,于是在山上喊:“狼来了!狼来了!”,山下的村民闻声便拿起“武器”冲出去打狼。可是到了山上,并没有发现有狼的踪迹,山民奇怪而又无奈的回去了。

第二天小孩又故伎重演,又一次欺骗山民地喊道:“狼来了!狼来了!”,山民犹豫后再次拿起武器去打狼,来到山上发现再次被小男孩欺骗了。

到了第三天,狼果真来了,可这次无论小孩怎么叫喊,也没有人上山救他,最后羊群被狼所追杀。

提出问题 同样的呼喊,为何会有后来悲剧的产生?

问题解答

首先做出如下假设:

村民对小孩的初始信任度为0.8,可信的小孩被认为说谎的概率为0.1,不可信的小孩被认为说谎的概率为0.5。

设 A 表示小孩可信, $\bar{A}$ 表示小孩不可信, B 表示小孩被认为说谎。

当村民第一次听到“狼来了”时,有

$$P(A) = 0.8, \quad P(\bar{A}) = 0.2$$

$$P(B|A) = 0.1, \quad P(B|\bar{A}) = 0.5,$$

由贝叶斯公式,得到:

$$P(A|B) = \frac{P(A)P(B|A)}{P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A})} \approx 0.444.$$

当村民第二次听到“狼来了”时,有

$$P(A) = 0.444, \quad P(\bar{A}) = 0.556,$$

$$P(B|A) = 0.1, \quad P(B|\bar{A}) = 0.5,$$

再次由贝叶斯公式,得到

$$P(A|B) \approx 0.138.$$

当村民第三次听到“狼来了”时,有

$$P(A) = 0.138, \quad P(\bar{A}) = 0.862,$$

$$P(B|A) = 0.1, \quad P(B|\bar{A}) = 0.5,$$

第三次使用贝叶斯公式,得到

$$P(A|B) \approx 0.031.$$

思政元素挖掘

当村民第一次听到“狼来了”,跑到山上发现被骗后,对小孩的信任度由0.8下降到0.444。当村民第二次听到“狼来了”,跑到山上发现又被骗后,对小孩的信任度由0.444下降到0.138。当村民第三次听到“狼来了”,对小孩的信任度由0.138下降到0.031。由于村民对小孩完全失去了信任,最终没有上山,也就有了后来悲剧的发生。这个例子表明,随着事件因果循环的发展,一个人的信任度可以由较高的水平降为较低的水平,最终导致比较严重的后果。

两个例题的感悟

①这两则故事告诉我们:

第一,“做人一定要讲诚信”。

第二,随着事件因果循环的发展,信任度既能增加也能减少.

②如何增加信任度?

同学们应从生活中的点滴做起,比如:

第一,合理使用信用卡,按期还款.

第二,答应朋友的事情之前,好好考虑自己的实际能力,一旦答应了,就尽全力去完成,这样才能不失信于人,增加自己的信任度.

第三,有人帮助自己后,要懂得感恩,不能让自己的信任成为别人的负担,更不能把别人的帮助理解为“理所应当”.

案例2 小概率原理的思政教学设计

小概率原理具有两面性:首先,一个小概率事件在一次试验中几乎是不可能发生的;其次,小概率事件在很多次实验中几乎是一定会发生的.对这两个层面分别设计如下的例子,以期在教学的同时完成思政教育.

例2.1(水滴石穿) 设 A 表示“水滴落下击穿石头”,且 $P(A)=0.00002$.

提出问题

设 B 表示水滴落下 n 次,石头被击穿,那么 B 的概率是多少呢?

$$P(B)=1-P(\bar{B})=1-(1-0.00002)^n, \lim_{n \rightarrow \infty} P(B)=1.$$

思政元素挖掘

①水滴落下一次击穿石头的概率非常小,它是个小概率事件,在一次实验中一般不会发生.但是,只要水滴持之以恒,坚持不懈地落下,水滴可以穿石.

②同学们在平时的学习或将来的工作中,“勿以恶小而为之”,更不要以身试法!一次错误或一次受贿可能侥幸逃脱法律的制裁,但常此进行下去,一定会有接受惩罚的一天.

例2.2(福利彩票) 一种福利彩票成为幸运35选7,即购买时从1,2,...,35中任选7个号码;开奖时从1,2,...,35中不重复地选出7个基本号码和1个特殊号码.中奖规则如下:

一等奖	7个基本号码全中
二等奖	中6个基本号码及特殊号码
三等奖	中6个基本号码
四等奖	中5个基本号码及特殊号码
五等奖	中5个基本号码
六等奖	中4个基本号码及特殊号码
七等奖	中4个基本号码或中3个基本号码及特殊号码

提出问题 试求若购买一张福利彩票,中奖的概率是多少?

问题解答 设 A_i 表示中 i 等奖, $i=1,2,\dots,7$.

$$P(A_1)=\frac{C_7^7 \cdot C_1^0 \cdot C_{27}^0}{C_{35}^7} \approx 1.4871 \times 10^{-7},$$

$$P(A_2)=\frac{C_7^6 \cdot C_1^1 \cdot C_{27}^0}{C_{35}^7} \approx 1.0410 \times 10^{-6},$$

$$P(A_3)=\frac{C_7^6 \cdot C_1^0 \cdot C_{27}^1}{C_{35}^7} \approx 2.8106 \times 10^{-5},$$

$$P(A_4)=\frac{C_7^5 \cdot C_1^1 \cdot C_{27}^1}{C_{35}^7} \approx 8.4318 \times 10^{-5},$$

$$P(A_5)=\frac{C_7^5 \cdot C_1^0 \cdot C_{27}^2}{C_{35}^7} \approx 1.0961 \times 10^{-3},$$

$$P(A_6)=\frac{C_7^4 \cdot C_1^1 \cdot C_{27}^2}{C_{35}^7} \approx 1.8269 \times 10^{-3},$$

$$P(A_7)=\frac{C_7^4 \cdot C_1^0 \cdot C_{27}^3 + C_7^3 \cdot C_1^1 \cdot C_{27}^3}{C_{35}^7}$$

$$\approx 3.0444 \times 10^{-2}.$$

中奖的概率为:

$$P(A_1)+P(A_2)+\dots+P(A_7) \approx 0.033481.$$

这就说明:虽然设立了这么多奖项,中奖的概率也仅为0.033481.一百人中约有3个人中奖,而中头等奖的概率只有 1.4871×10^{-7} .一千万个人中约有2人中一等奖.

思政元素挖掘

①小概率事件在一次实验中几乎是不可能发生的,买彩票中奖的概率很低,中一等奖的概率甚至比飞机坠毁的概率还要低,所以同学们毕业后只能靠辛勤的工作获得丰厚的物质回报,不能把买彩票中奖当成生活的全部.

②既然中奖的概率那么低,所以购买彩票要有平常心,期望不易过高,纯当做福利,故称为“福利彩票”.

案例3 利用正态分布的“3 σ ”原则讲述适当维权

例3.1(3 σ 准则) 设 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$,则 $P(|X-\mu| \leq \sigma) = 0.6826$, $P(|X-\mu| \leq 2\sigma) = 0.9545$, $P(|X-\mu| \leq 3\sigma) = 0.9973$,因此 $P(|X-\mu| > 3\sigma) = 0.0027$.

也就是说,如果从该总体中抽样10000次,有9973次落在区间 $[\mu-3\sigma, \mu+3\sigma]$ 内部,这在统计学上称作正态分布的“3 σ 准则”.

提出问题

如果一个工厂在生产中实行“3 σ 准则”,即认为区间 $[\mu-3\sigma, \mu+3\sigma]$ 内部的产品都为合格品,为什么同一个品牌的产品,不同用户的评价会差别很大?

问题解答

如果一个工厂在生产中实行“ 3σ 准则”,这就意味着 10000 个产品中,仅有 27 个产品为次品;如果 σ, μ 保持不变,公司实行“ 2σ 准则”,这就意味着 10000 个产品中,有 455 个次品.二者进行比较可发现,其中有 428 个产品,在实行不同的准则时,产品质量的定义是不同的.如果公司实行的是“ 3σ 准则”,一个同学正好买到了这 428 个产品中的某个产品,那么他购买的物品相对更容易出现质量问题.我们可风趣的称这位同学买到了“合格品中的次品”.这就解释了,为什么同一个品牌的产品,不同用户的评价会差别很大.

思政元素挖掘

通过这个例子,我们可以呼吁:

(1)公司不能一味地通过增加 σ 的系数来降低次品数,这只会使得大量的边缘产品被纳入了正品的行列;公司应该设法提高产品质量,使得产品质量更稳定,降低产品质量的方差 σ^2 的大小,以使得更多的产品都聚集在期望值 μ 附近,这样用户对产品的评价会更一致.

(2)对用户而言,如果恰好买到了易出现质量问题的“合格品中的次品”,一定要正确看待,适当维权,而不能恶意否定这个品牌.

这个例子可以从概率的角度解释生活中的现象,也能从正确的方向给同学以引导,避免偏激的行为.如果工厂能做到尽量提高产品质量,公民也能做到适当维权,那么将会创造更加和谐的供需关系.

案例 4 中心极限定理及思政教学设计

正态分布在人们的现实生活中非常普遍,比如人的身高、体重、学生的成绩、各种零件尺寸的误差等等,这些随机变量都服从正态分布.

提出问题 在现实生活中为什么很多数量指标都服从或近似服从正态分布呢?

带着这个疑问引导学生学习中心极限定理的内容,从定理的条件和结论挖掘思政元素,让学生学习知识的同时加深对知识的理解和记忆,引导学生进行思政教育.

例 4.1(独立同分布的中心极限定理) 设 $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ 是独立同分布的随机变量序列,且 $EX_i = \mu$, $DX_i = \sigma^2 > 0$ ($i=1, 2, \dots$), 则对任意 $\varepsilon > 0$, 有

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P \left[\frac{\sum_{i=1}^n X_i - n\mu}{\sqrt{n}\sigma} \leq x \right] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt.$$

这个定理告诉我们,只要这一系列随机变量是

相互独立同分布的,期望和方差都存在,那么这些随机变量的和就近似服从正态分布.

问题解答 现实生活中的好多数量指标,比如人的身高、体重、学生的成绩等等,这些指标中每个指标都是由大量的相互独立的随机因素叠加而成,这些因素中每个因素的影响都是微小的,没有一个因素的影响起到突出作用,那么这些因素的叠加就形成正态分布.正态分布随机变量的密度函数曲线优美,该分布在我们的现实生活中起到很重要的作用.

思政元素挖掘

从这个定理我们可以得到两点启示:

(1)只要 $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ 是独立同分布的随机变量序列,即便它们本身不服从正态分布,但是 n 个随机变量和的极限分布是正态分布,这就是量变引起质变的道理.引导学生,如果每天更加努力一点,大学四年结束应该有个比较可观的进步.

(2)在建设国家的过程中,我们每个人都是相互独立的个体,每个人的力量都是微小的,只要我们大家目标一致,大家的合力定能实现我们美好的中国梦.

2 结束语

课程思政是把思想政治教育融入课程的教学过程中,做到“全员、全程、全方位”的育人.本文以概率论与数理统计的理论知识为载体,紧密结合“立德树人”的综合教育理念,在课程思政理念下对概率论与数理统计课程进行思政案例设计,期望把它反馈到教材和教学过程中,一方面可以起到立德树人润物无声,另一方面可以提高学生学习的兴趣,加深学生对知识的理解,提升学生的思维能力.将来可以研究“互联网+课程思政”模式下概率论与数理统计教学改革与实践,并把该成果借助媒体加以推广.

参考文献

- [1] 刘贵基,张慧,等. 概率论与数理统计[M]. 2版. 北京: 经济科学出版社, 2018:159—160.
- [2] 王泽龙,朱炬波,刘吉英. 数学建模在概率论与数理统计教学中的应用[J]. 高等数学研究. 2019,22(1):115—117.
- [3] 李国娟. 课程思政建设必须牢牢把握五个关键环节[J]. 中国高等教育, 2017,53(Z3):28—29.
- [4] 黄昱,李双瑞. 课程思政理念下概率论与数理统计教学改革[J]. 教育现代化, 2018,5(53):109—111.
- [5] 张艳,陈美容等. 课程思政理念下概率论与数理统计教学改革的探索与实践[J]. 教书育人(高教论坛), 2019,16(12):80—81.